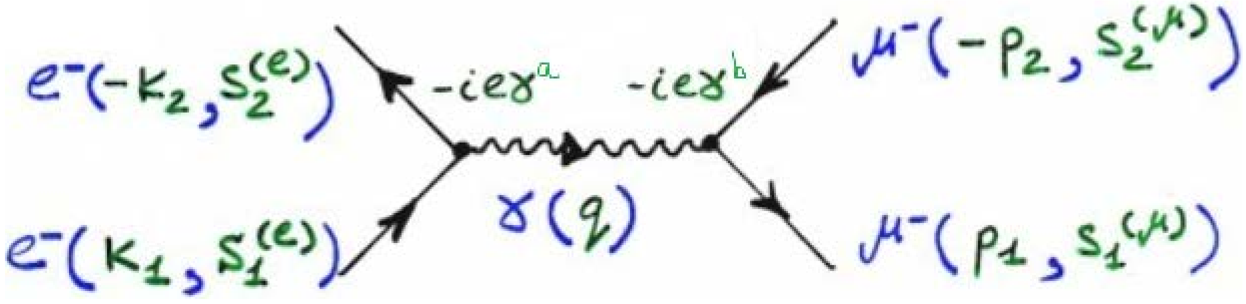
Никитин: Экзамен так спокойно проходит.
Студенты: А разве не всегда так было?
Никитин: Не всегда. Был у меня студент - гениальный программист, но абсолютно не интересующийся физикой. Не знаю, зачем он нашу кафедру пошёл. А ещё он КВНщик. Приходит на экзамен и говорит: Николай Викторович, я ничего не знаю, но я гениальный программист, поставьте 3! А я нет, пишите билет. А остальные уже сидят пишут.
Так я уже его полчаса уговариваю сесть, он ни в какую. А я хочу не только посадить писать билет, но и перешутить. В этом была моя ошибка.
Вот он в очередной раз спрашивает «Николай Викторович, ну зачем мне, программисту, ваша КЭД?»
Я отвечаю: «Ну как зачем? Развивать силу воли, решая задачи!»
Он: «А зачем мне нужна сила воли?».
Я: «Ну как зачем? А если Наполеон на нас нападёт, кто будет меня от него защищать?»
И тут я вижу, как он остолбевает, глаза выпадают из орбит и в них ясно читается: «Препод свихнулся».
И тут он, набравшись мужества, произносит робко: «Нннниколай Викторович…. Я не смогу защищать вас от Наполеона… Он же умер!»
Я его спрашиваю: «А билет писать будете?» Он: «Да-да. Конечно, давайте!»

В прошлый раз мы от M_{fi} переходили к $|M_{fi}|^2$. А как считать M_{fi}?

На этот вопрос ответил Фейнман своим правилом Фейнмана:
Каждой вершине соответствует множитель для M_{fi}.
Для вершин e, e, γ он равен $-ie\gamma^a$.
Для вершин π, π, γ он равен $-ie(\boldsymbol{p_1} - \boldsymbol{p_2})^a$.

Проверим, как это работает на практике.

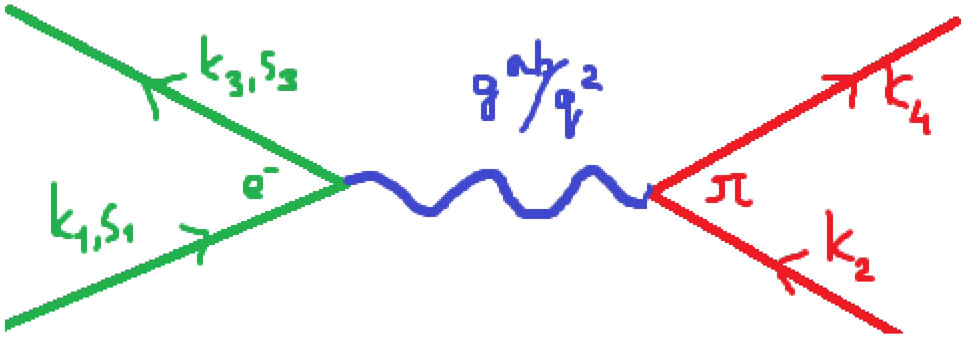
Пример 1: $e^+e^- \to \mu^+\mu^-$



$$M_{fi} = \bar{v}(\boldsymbol{k_2}, s_2)(-ie\gamma^a)u(\boldsymbol{k_1}, s_1) * \frac{g_{ab}}{q^2} * \bar{u}(\boldsymbol{k_1}, s_1)(-ie\gamma^b)v(\boldsymbol{k_2}, s_2)$$

Отметим, что индексы у матриц Дирака должны быть разные: $(-ie\gamma^a)$ и $(-ie\gamma^b)$.
Свёртка осуществляется с помощью пропагатора фотона $\frac{g_{ab}}{q^2}$.

Ещё пример:
Реакция $e^+e^- \to \pi^+\pi^-$



В прошлый раз у нас для данного процесса получилось

$$M_{fi} = \frac{2ie^2}{s}\bar{v}(\boldsymbol{k_3}, s_3)\widehat{k_4}u(\boldsymbol{k_1}, s_1)$$

Кратко запишем

$$M_{fi} = \frac{2ie^2}{s}\bar{v}(3)\widehat{k_4}u(1)$$

А вот как?

У нас две вершины. Первая типа e, e, γ, и мы сразу пишем готовое выражение

$$M_{fi} = \bar{u}(3)(-ie\gamma^a)u(1) * \ldots$$

А вторая у нас π, π, γ, откуда получаем

$$M_{fi} = \bar{u}(3)(-ie\gamma^a)u(1) * \ldots * -ie(\boldsymbol{k_2} + \boldsymbol{k_4})^b$$

Пропагаторчик фотона не забываем!

$$M_{fi} = \sum_{a,b} \bar{u}(3)(-ie\gamma^a)u(1) * \frac{g_{ab}}{q^2} * -ie(\boldsymbol{k_2} + \boldsymbol{k_4})^b$$

Методом пристального взглядывания в $\sum_{a,b}(-ie\gamma^a)g_{ab}(\boldsymbol{k_2} + \boldsymbol{k_4})^b$ оно превращается сначала в $\sum_a(-ie\gamma^a)(\boldsymbol{k_2} + \boldsymbol{k_4})_a$, а затем и до $-ie\left(\widehat{k_2} + \widehat{k_4}\right)$.

Сравните с тем, что мы получили в прошлый раз:

$$M_{fi} = \frac{2ie^2}{s}\bar{v}(3)\widehat{k_4}u(1)$$

Надо только понять, как мы от $\widehat{k_2} + \widehat{k_4}$ перешли к $2\widehat{k_4}$. Дурное дело нехитрое. Это делается так:

$\widehat{k_2} + \widehat{k_4} = 2\widehat{k_4} + \widehat{k_3} - \widehat{k_1}$

И тут фишка в том, что $\widehat{k_3}$ и $\widehat{k_1}$ являются как бы СФ спиноров с одинаковым СЗ – m:

$$\hat{k}_1 u(\vec{k}_1, s_1) = m\, u(\vec{k}_1, s_1)$$

$$\bar{u}(\vec{k}_3, s_3)\,\hat{k}_3 = \bar{u}(\vec{k}_3, s_3)\, m$$

Баш на баш будет 0 (т.к. $\widehat{k_3}$ и $\widehat{k_1}$ вычитаются). Вот и получим $2\widehat{p_1}$.